

5. X-선 실험: Duane-Hunt의 법칙

(1) 실험목적

- X-선 튜브의 고전압 U 의 함수로서 연속 제동복사의 한계파장 λ_{\min} 측정
- Duane-Hunt 관계 확인
- Planck 상수 측정

(2) 기본원리

X-선 튜브의 방출 스펙트럼에서 연속 제동복사는 한계 파장 λ_{\min} 에 의해 결정되며(그림 1), 한계파장은 튜브의 고전압이 증가함에 따라 점점 작아진다. 1915년에 미국 물리학자 William Duane과 Franklin L. Hunt는 튜브의 고전압과 한계 파장 사이의 반비례관계를 발견했는데 그 관계는 아래와 같다:

$$\lambda_{\min} \sim \frac{1}{U} \quad (1)$$

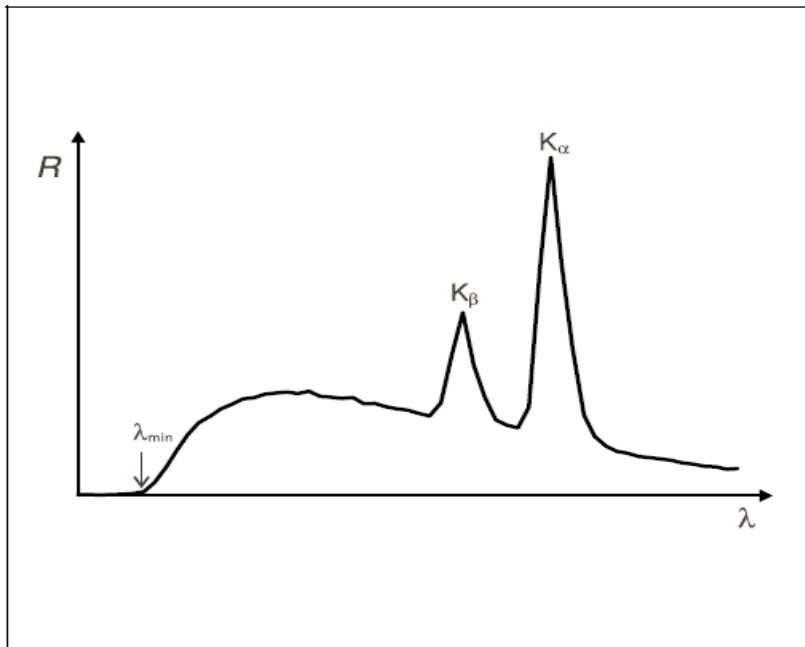


그림 1. 연속 제동복사의 한계파장 λ_{\min} 과 특성 K_{α} 와 K_{β} 선을 갖는 X-선 튜브의 방출 스펙트럼

이 Duane-Hunt 관계는 몇 가지 기본적인 양자역학적 고려로서 충분히 설명될 수 있다: 전자기 방사에 대한 파장 λ 와 주기 ν 가 아래와 같은 관계를 갖는다.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (2)$$

($c : 2.9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$: 빛의 속도)

최소 파장 λ_{\min} 은 방출된 X-선 양자들의 최대 에너지는

$$E_{\max} = h \cdot \nu_{\max} \quad (3)$$

(h : Planck 상수)

로 최대 주기 ν_{\max} 에 해당한다. 그러나 X-선 양자는 양극에서 감속되는 전극의 총 운동에너지

$$E = -e \cdot U \quad (4)$$

($e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ As}$: 기본전하)

를 얻는 정확한 순간에 최대 에너지를 달성한다.

따라서, 이 때의 주기와 파장은 각각

$$\nu_{\max} = \frac{e}{h} \cdot U \quad (5)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e} \cdot \frac{1}{U} \quad (6)$$

과 같다.

식 (6)은 Duane-Hunt 법칙에 해당한다. 비례계수는

$$A = \frac{h \cdot c}{e} \quad (7)$$

c 와 e 의 값이 알려져 있어서 Planck 상수를 결정하는데 사용될 수 있다.

Bragg 실험배치에서 NaCl의 각조정기(Goniometer)와 Geiger-Muller 계수관은 이 실험에서 분광계를 구성한다. 결정이 입사 X-선에 대해서 θ 의 각도로 회전할 때, 계수관은 2θ 가 되도록 회전한다(그림 2를 참고).

Bragg 반사법칙에 따라서 1차 회절의 산란각 θ 는 파장

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin\theta \quad (8)$$

($d = 282.01 \text{ pm}$: NaCl의 격자 간격)

에 해당한다.

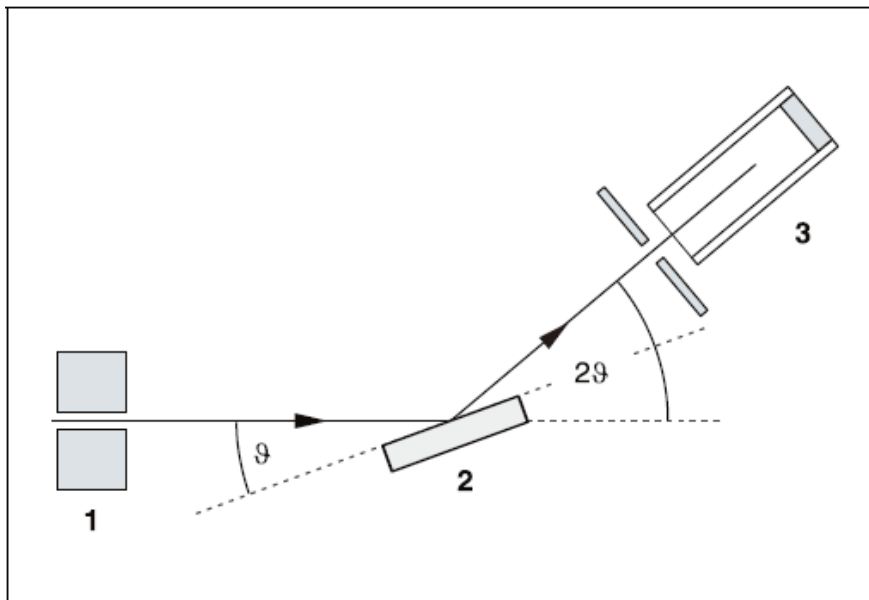


그림 2. 단결정에서 X-선 회절, 계수관 각도와 산란각(스침각) 사이의 2θ 결합의 개략도

1 집속기, 2 단결정, 3 계수관

(3) 실험기자재

①X-선 장치, ② α , β , γ 와 X-선 방사를 위한 End-window counter, ③PC

안전 주의사항

X-선 장치는 모든 관리규정을 만족해야 하고, 교육용으로 완전히 보호된 장비로 독일에서 교육용으로 보증되었다.

보호장치와 차폐가 내부에 설치되어 X-선 장치의 외부선량을 $1\mu Sv/h$ 이하인 자연방사선의 범위로 줄인다.

■ X-선 장치를 작동하기 전에 장치의 손상이 있는지, 미닫이 문이 열렸을 때 고전압의 전원이 내려가 있는지 반드시 확인한다.

■ X-선 장치는 권한이 없는 사람이 접촉하지 못하도록 한다.

X-선 튜브의 Mo 양극이 과열되지 않도록 한다.

■ X-선 장치의 스위치를 켰을 때, 튜브 챔버에 있는 환풍기가 돌아가는지 반드시 확인하라.

각조정기는 electric stepper motor에만 놓여 있다.

■ 각조정기의 표적부분과 센서 부분이 방해받지 않게 하고, 이것들을 강제로 움직여 사용해선 안된다.

(4) 설치

Bragg 실험 배치

그림 3은 실험 설치의 중요한 몇 가지 세부사항을 보여준다. 실험 설치를 위해 아래의 과정을 따른다.

-집속기 장착부 (a)에 집속기를 장착한다(안내 홈을 참조).

-집속기의 슬릿 칸막이와 표적부분 사이의 거리 s_1 이 대략 5 cm가 되도록 각조정기를 안내막대 (d)에 붙인다. 각조정기를 조절하기 위해 리본 케이블 (c)를 연결한다.

-End-window counter의 보호캡을 제거하고 센서 자리 (e)에 end-window counter를 놓고 계수관을 장착 표시된 GM TUBE에 연결한다.

-센서 고정대 (b)를 이동시킴으로서 표적부와 센서 수신기의 슬릿 칸막이 사이의 거리 s_2 가 대략 6 cm가 되도록 설정한다.

-표적부를 표적 고정대 (f)에 장착한다.

-표면에 홈이 있는 나사 (g)를 풀고, NaCl 결정을 표적부에 편평하게 놓고, 중지시키는 방법으로 단결정이 있는 표적부를 조심스럽게 들어 올리고, 홈이 있는 나사를 천천히 돌려 조인다(약간의 압력을 주어 결정이 비스듬히 움직이는 것을 막는다).

-필요하다면, 각조정기의 기계적인 영점 위치를 조절한다.

참고:

NaCl 결정은 축축해지기 쉽고 극히 깨지기 쉽다. 건조한 곳에 NaCl 결정을 보관한다; 결정이 기계적인 변형력을 받지 않게 한다; 작은 표면으로만 결정을 다룬다.

만약 수율이 너무 낮다면, 표적과 센서 사이의 거리 s_2 를 줄인다. 그러나 이 거리가 너무 짧아선 안되며, 거리가 너무 짧으면 각조정기는 더 이상 충분한 각(angular) 해상도를 갖지 못한다.

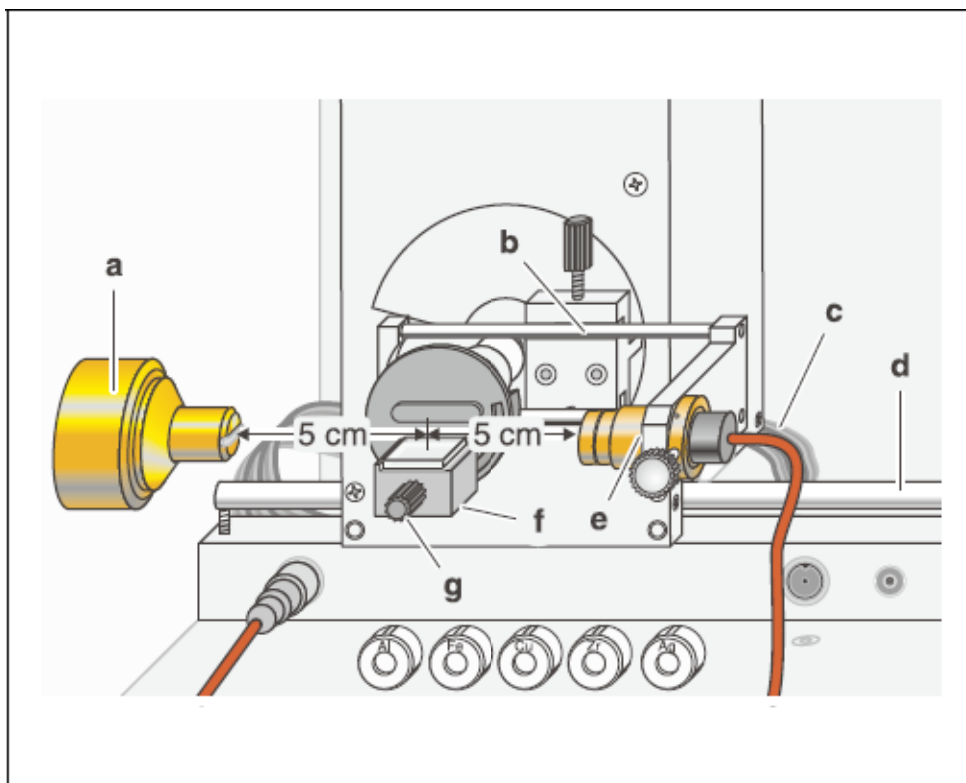



그림 3. Bragg 실험배치도

PC기반 측정 준비(MS-DOS 기반)

-본 실험장치는 GM 계수관으로부터 신호를 PC로 측정하도록 구성되어 있다.

-9핀 V.24 케이블을 사용하여(X-선 장치에 공급된) RS-232 출력과 컴퓨터(대개 COM1 혹은 COM2)의 직렬 인터페이스를 연결한다.

-PC를 켜 다음, 비번 “staff” 를 입력하여 Windows 95 운영체제를 실행한다. 바탕화

면에 있는 아이콘  을 더블클릭하여 DOS기반 X-선 실험 프로그램을 활성화

한다.






	
<p>① X-선 실험 더블클릭 하면, 위와 같은 첫 화면이 나타난다. 아무 키를 누르면 ②의 화면으로 넘어간다.</p>	<p>② 이 화면에서 Duane-Hunt 실험에서 사용되는 측정은 F3 Rate meter 이다.</p>
	
<p>③ 측정 전 실험조건(측정시간)을 설정한다. F3 Select meas. > Rate meas. > Free gate에서 측정시간을 설정한다.</p>	<p>④ 설정이 완료 되었으면, Enter를 누르고, 위의 그림과 같이 F1 Start new measurement를 누른다.</p>
	<p>참고:</p> <ul style="list-style-type: none"> *측정 이후 계수 N과 계수율 R은 저장되지 않으니, 반드시 측정결과를 기록해두어야 한다. *재측정을 원할 경우, F1을 한 번더 누르면 되며, 화면의 좌측 하단에 측정횟수가 표시된다.
<p>⑤ 준비완료된 상태에서 다시 F1을 누르면, 위의 그림과 같이 측정시간동안 N(계수)와 R(계수율;계수/측정시간)이 표시된다.</p>	

표 1. X-선 Duane-Hunt 실험을 위한 CASSY 프로그램 설정과정

(5) 실험방법

-스위치 (a)로 X-선 측정장치의 전원을 켜다.

(매뉴얼 영문원본 X-ray apparatus 42V p. 22쪽 필독.)

; 시간 (b)에서 작동시간을 "> 1h"로 선택한다 ; 검출기 (f)에 대한 다단계 설정 스위치 (e)의 setting 1에서 고전압 U_A ($U_A = \sqrt{2} \cdot 10^3 \cdot U$)를 켜다. 다단계 설정 스위치 (e)를 가지고 setting 8까지 올려 고전압을 설정해 본 뒤, lever를 사용하여 1mA까지 방출 전류 I_{EM} 를 설정하라.

-전압 U를 조절부(b)를 가지고 확인한다 ; 이것은 데모미터(demonstration meter)에서 고전압에 비례한다. 회전하는 결정의 배치를 "crystal angle" $\theta = 2.5^\circ$ (포인트 (h))와 "counter tube angle" $2\theta = 5^\circ$ 로 설정한다.

-100 초 이내에서 계수 n을 측정한다.(주어진 실험시간 내에서 실험수행이 가능하도록 시간을 정할 것.)

-각도 θ 는 0.5° 에서 6.5° 까지 증가시키고, 모든 측정은 100 초 내에서 계수 n을 측정한다.

-측정이 완료되면 voltage 값을 7로 바꾼다.

-측정 데이터 값을 그래프로 그려보고 θ_{\min} 을 구한다.

-시료의 격자상수와 θ_{\min} 을 이용하여 $\lambda_{\min} = 2d \sin\theta_{\min}$ 식에 대입하여 λ_{\min} 을 구한다.

- $h = \frac{e}{c} U_A \cdot \lambda_{\min}$ 에 위에서 구한 값을 대입하여 플랑크 상수 h를 구한다.

(6) 측정 예와 수치 계산

*영문매뉴얼의 측정 결과 참조(X-ray 6.3.2-7의 p.4-5)

튜브 고전압 U의 함수로서 한계파장 λ_{\min} 측정

Duane-Hunt 관계의 확인과 Plack 상수의 측정

측정예

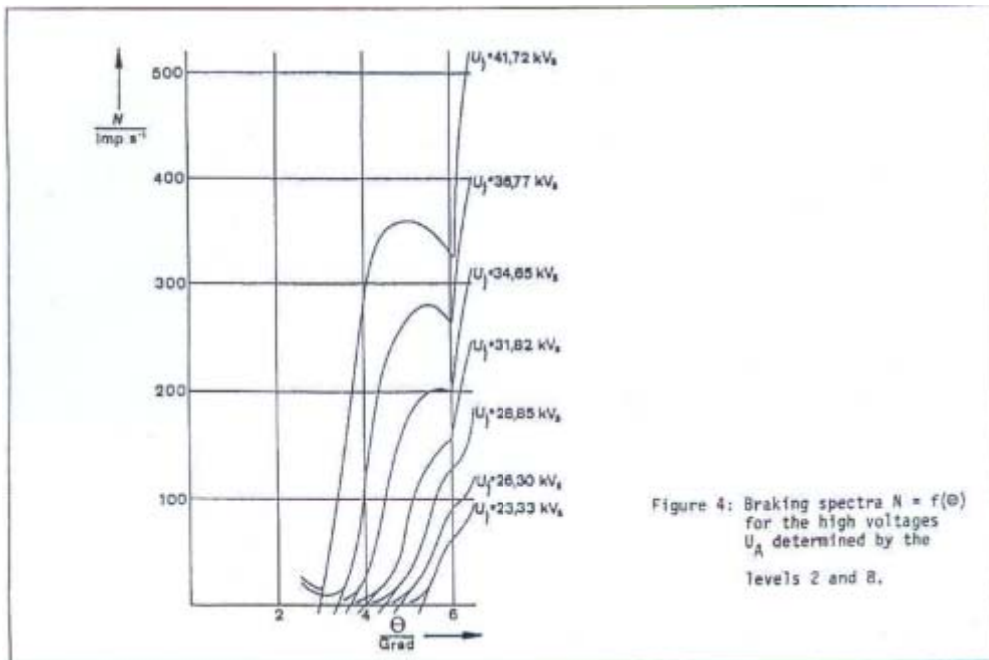


그림 4. 측정 결과의 그래프 예시

U_A level	.	8	7	6	5	4	3	2
U_A	kV_s	41,72	36,77	34,65	31,8	28,85	26,30	23,33
θ_{min}	Grad	2,95	3,35	3,60	3,92	4,42	4,77	5,30
λ_{min} from (7)	pm	29,0	32,9	35,4	38,6	43,5	46,9	52,7
$\frac{1}{U_A}$	kV_s^{-1}	0,0240	0,0272	0,0289	0,0314	0,0347	0,0380	0,0429
h from (6)	$10^{-34} J_s$	6,465	6,464	6,555	6,563	6,700	6,591	6,570

표 2. 측정 결과의 계산 예시

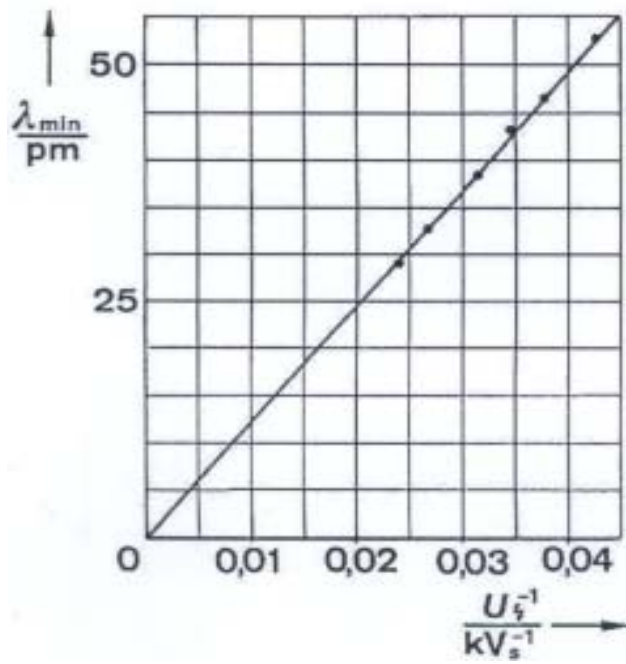


그림 5. $\lambda_{\min} = f(1/U)$

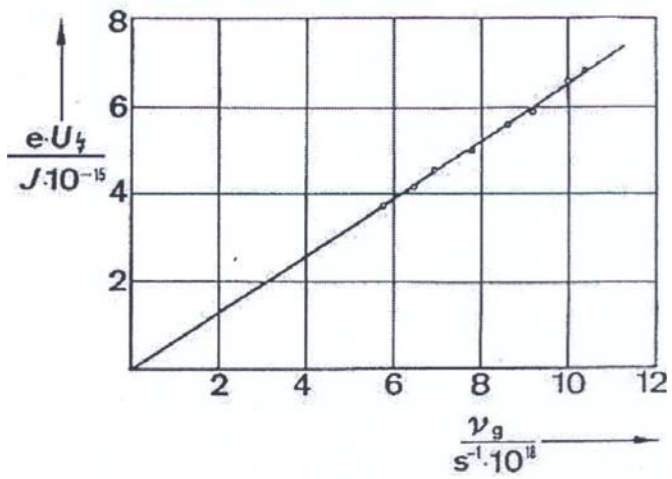


그림 6. $e \cdot U_A = f(\nu_0)$

